Preparation Activity PA06 – Regular Languages

1. Vamos tentar então utilizar o lema da bombagem para provar que a seguinte linguagem não é regular: L = {| n>0}

O lema da bombagem diz o seguinte:

1. *“Given an infinite regular language L*
2. *there exists an integer p (critical length)*
3. *for any string with length w∈ L, |w| ≥ n we can write w = x y z with   
   |xy|* ≤ *n,*

*|y|* ≥ *1,*

*y* ≠ε,

1. *such that: x yk z* *∈ L for k = 0,1, 2, ...”*

Para esta prova, vamos presumir inicialmente que L é regular, e, se não se conseguir aplicar o lema, concluir-se-á que na realidade o oposto daquilo que se assumiu é verdade e que, portanto, L não é regular.

Aplicando o lema a esta situação, tem-se:

1. L é uma linguagem claramente infinita, pois n*∈ [0, +∞[* (sendo n o símbolo que aparece na definição da linguagem), podendo haver infinitos “1”.
2. Poderíamos considerar que o comprimento crítico, p, seria dois, pois, numa situação limite, seriam preciso dois estados num autómato para reconhecer a string, mesmo com p = 1, seria necessário um estado inicial que transita para o final com um símbolo “1” e depois aceita.
3. Para cada string *w∈ L, |w| ≥ p,* vamos tentar escrever w como sendo x y z, tendo em conta |*xy|* ≤ *p, |y|* ≥ *1, y* ≠ε. Teríamos algo do gênero:

c1) x = ε | y = 1 | z =

ou

c2) x = ε | y = 11 | z =

ou

c3) x = 1 | y = 1 | z =

**Nota:** para que cada uma destas strings tenha comprimento *≥ p,* sendo que p = 2, logo, n ≥ 2.

c1) Representa os casos em que x é a string vazia, y é o primeiro “1” da string e z serão os restantes “1” para além de y.

c2) Representa os casos em que x é a string vazia, y são os dois primeiros 1 da string e z serão os restantes “1” para além dos que estão em y.

c3) Representa os casos em que x é o primeiro “1”, y é o segundo “1” e z serão os restantes “1” menos aqueles dois.

Tendo em conta que *|xy|* ≤ *2, |y|* ≥ *1,* estes seriam os casos que se podem formar.

1. Ora, bombeando y em qualquer um destes casos, a string fica com um número de “1” desproporcional à regra, pois bombeando uma só vez seria o suficiente para que a string ficasse da seguinte forma: (no caso em que y = 1) ou até (no caso em que y = 11), que não é o que se pretende, a linguagem é L = {| n>0} e e . Por isso, não existirá nenhuma decomposição válida em que: *x yk z ∈ L* tendo em conta estas restrições todas anteriormente mencionadas.
2. A afirmação é falsa, pois, apesar de o facto de uma linguagem verificar o lema da bombagem ser uma condição necessária para a linguagem ser regular, não é uma condição suficiente para provar a sua regularidade. Nem todas as linguagens que verificam o lema são regulares, no entanto, para que se considerem regulares têm de o verificar, mas isso não é um critério bom o suficiente para provar que uma dada linguagem é regular, apenas serve para provar por contradição, como foi feito em cima, que não o é.